Javítókulcs a hato. speciális matematika tant. osztályok 2010. feb. 27-ei írásbeli vizsgájához

Megoldás
A 200-at egyjegyű számok szorzatára kell bontani.

1 pont

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$, $4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$, $8 \cdot 5 \cdot 5$, legalább három szám kell.

2 pont

A legnagyobb szám kell a legkisebb helyi értékre.

1 pont

Tehát 558 a legkisebb ilyen szám.

2 pont

2. Péter, Tamás és Viktor kugli-partin mérte össze ügyességét. A játék végén kiderült, hogy a Péter és a Viktor által leütött bábúk száma együtt összesen 3-szor annyi, mint a Tamás által leütötteké. Viktor és Tamás pedig együtt 5-ször annyi bábút ütött le, mint Péter. Összesen 48 bábút ütöttek le. Ki ütött le több bábút: Péter és Tamás együtt, vagy Viktor?

7 pont

I. megoldás
Próbálkozzunk!

T ennyi bábút ütött le:	0	1	2	...	11	12	13	...	48
P. és V. összesen:	48	47	46	...	37	36	35	...	0

1 pont

Pontosan akkor lesz az arány 1:3-hoz, ha Tamás 12 bábút ütött le, a többiek együtt 36-ot

1 pont

P. ennyi bábút ütött le:	0	1	2	...	7	8	9	...	48
T. és V. összesen:	48	47	46	...	41	40	39	...	0

1 pont

Pontosan akkor lesz az arány 1:5-höz, ha Péter 8 bábút ütött le, a többiek együtt 40-et

1 pont

Tamás és Péter így együtt 12+8=20 bábút ütött le, a maradék 28-at Viktor ütötte le.

1 pont

Tehát Viktor több bábút ütött le, mint Péter és Tamás együtt.

1 pont

Megj: Ha a táblázatban megáll a megfelelő értékpárnál, akkor a fenti két részben az 1+1, 1+1 pontból 1, 1 pontot kaphat.

II. megoldás

Péter és Viktor együtt a bábúk $\frac{3}{4}$ -ed részét ütötték le, míg Tamás az $\frac{1}{4}$ -ed részét

1 pont

tehát Tamás 12 bábút ütött le.

1 pont

Tamás és Viktor együtt a bábúk $\frac{5}{6}$ -od részét ütötték le, míg Péter az $\frac{1}{6}$ -od részét

1 pont

tehát Péter 8 bábút ütött le.

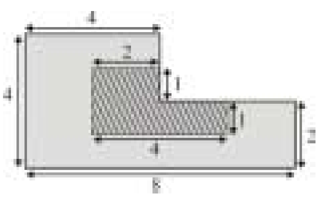
1 pont

Tamás és Péter így együtt 12+8=20 bábút ütött le, a maradék 28-at Viktor ütötte le.

1 pont

Tehát Viktor több bábút ütött le, mint Péter és Tamás együtt.

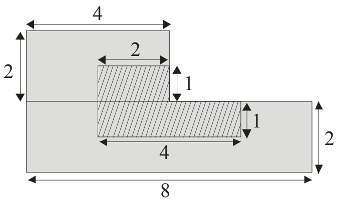
1 pont



3. Az ábrán látható szürke sokszög és a benne elhelyezkedő vonalkázott sokszög minden belső szöge 90°-os vagy 270°-os. A szürke alakzat területének hányad része a bevonalkázott rész területe?

8 pont

I. Megoldás



Az eredeti és a jelölt alakzat téglalapokra bontható.

2 pont

Egy lehetőség: Az eredeti alakzat egy 2×4-es és egy 2×8-as téglalapra bontásával a terület:

$$T = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 8 = 24$$

2 pont

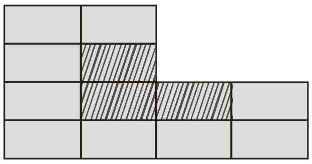
A jelölt alakzat szintén két téglalapra bontva: $t = 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 = 6$.

2 pont

Tehát a bevonalkázott rész területe az eredeti terület negyede.

2 pont

II. Megoldás



Az ábra 1×2-es téglalapokra bontható.

2 pont

Az eredeti hatszög 12 részből,

2 pont

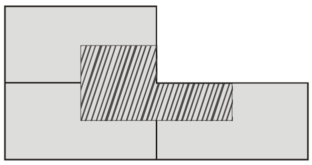
a vonalkázott alakzat 3 részből áll,

2 pont

tehát a bevonalkázott rész területe az eredeti terület negyede.

2 pont

III. megoldás



A *PQ* és az *RS* szakaszok meghúzásával az eredeti alakzat 4 egybevágó részre bontható. Ezek egyike a jelzett alakzat. Nincsenek a P, Q, R, S pontok jelölve az ábrán.

ötlet + indoklás: 3 + 3 pont

Tehát a bevonalkázott rész területe az eredeti terület negyede.

2 pont

4. Egy négyzet csúcsaira pozitív egész számokat írtunk. Ezután minden oldalélre felírtuk az él két végpontjában lévő szám szorzatát. Mi lehetett a csúcsokra írt négy szám, ha az élekre (valamilyen sorrendben) a 4, 10, 12, 30 számok kerültek? A négyzet nem test, nem gráf, ezért zavar az él elnevezés. Lehetne oldal, vagy szakasz helyette?

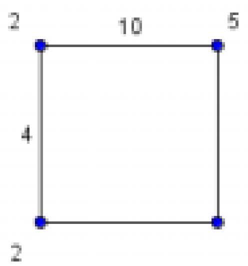
9 pont

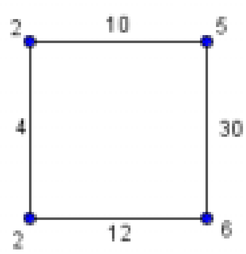
Megoldás:
Bontsuk fel a négyet két pozitív egész szám szorzatára: 4= 1·4 = 2·2

1 pont

1. Írjuk fel a négyzet két szomszédos csúcsára a 2-2-t

a. Ekkor az egyik szomszédos élre írhatjuk például a 10-et, így a csúcsba az 5 kerül.
Innen csak egyféleképpen tudjuk folytatni a kitöltést, mégpedig a 30-as éllel, mert a 12 nem osztható öttel. Ekkor az utolsó csúcsra a 6-os kerül. Az utolsó élre így 12-t kell írni, ami jó.

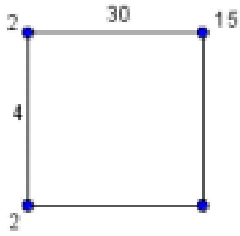




Tehát egy lehetséges megoldás, ha **2-2-5-6** kerül a csúcsokra ebben a sorrendben.
(Ugyanezt a megoldást kapjuk, ha a 12-es éllel kezdjük.)

3 pont

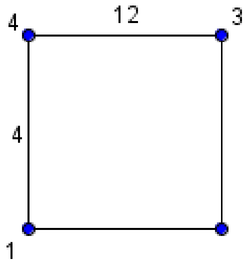
b. Ha a 4-es él szomszédja a 30-as, akkor a csúcsba a 15 kerül, de így nem kapunk megoldást, mert a 15 nem osztója sem a 10-nek, sem a 12-nek.

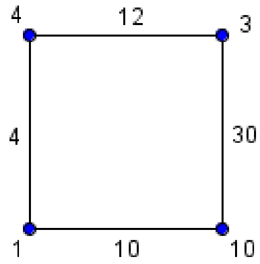


2 pont

2. Írjuk fel a négyzet két szomszédos csúcsára az 1-4-et

Ekkor a 4-es csúcsból kiinduló másik élre csak a 12 kerülhet, mert a 10 és a 30 nem osztható néggyel. Így a csúcsra a 3 kerül. A következő élre csak a 30 kerülhet, mert a 10 nem osztható hárommal. A csúcsra a 10 és az utolsó élre a 10, ami szintén lehetséges.





Tehát a másik lehetséges megoldás, ha **1-4-3-10** kerül a csúcsokra ebben a sorrendben.

3 pont

5. Négyféle pálcikánk van, mindegyikből nagyon sok. Az első fajta 3 cm, a második 4 cm, a harmadik 6 cm, a negyedik 7 cm hosszú. Hány különböző háromszög készíthető a pálcikákból, ha mindegyik háromszög három pálcikából áll?

10 pont

Megoldás
Akkor és csakis akkor lehet háromszöget készíteni a pálcákból, ha bármely kettő együttes hossza nagyobb, mint a harmadik. (Ha csak szükségességet vagy csak elégségességet ír, akkor is jár a 2 pont.)

2 pont

3,3,6,és 3,3,7, és 3,4,7 nem lehetséges

1 pont

3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	6	6	6	7
3	3	4	4	6	6	7	4	4	4	6	6	7	6	6	7	7
3	4	4	6	6	7	7	4	6	7	6	7	7	6	7	7	7

Tehát 17 különböző háromszög készíthető a pálcikákból.
A helyes eredményekre arányosan elosztva, az első öt jó 1p innen minden újabb háromért 1p jár.

5 pont

A táblázatban a számok növekvő sorrendben vannak, így nem hagytam ki semmit.

2 pont

Megjegyzés
Az első három pont akkor is megadható, ha egyszerűen a lehetséges esetek között felsorolja a rosszakat, majd áthúzza.
Az utolsó két pont akkor is megadható, ha a megoldás menetéből ez egyértelmű.
Pl: egyenlő oldalúak 4 db 2p, egyenlő szárúak 10 db 6,3,3és 7,3,3 nem jó 5p egyik sem 3db a 3,4,7 nem jó, 3p

6. Egymás mellé írtunk 2010 darab 2-es számjegyet, majd az így kapott 2010 jegyű számot elosztottuk 9-cel.

a) Mennyi lett a maradék?

b) Hány darab ötös számjegy szerepel a hányadosban?

10 pont

Megoldás

Elvégezzük az osztást:

22222222222222…..2222:9=2469135802…

42

62

82

12

32

52

72

02

22

4….

2 pont

a) Észrevehetjük, hogy az osztás után a hányadosban és a maradékban is 9-esével ismétlődnek a számjegyek.

2 pont

10 db 2-es számjegyből álló szám osztása után kezdődik az ismétlődés.

$2010=10+222\cdot9+2$, így a maradék 6.

3 pont

b) A hányados 2009 számjegyből áll, $2009=223\cdot9+2$.

2 pont

Az 5 számjegy ezért 223-szor szerepel a hányadosban.

1 pont

Megjegyzés: Ha a tanuló tudja, hogy egy szám 9-es osztási maradéka megegyezik a számjegyek összegének 9-es maradékával, akkor az a) részben feltett kérdésre gyorsabban tud válaszolni, hiszen a számjegyek összeg 4020, s ez 9-cel osztva 6-ot ad maradékul. Ekkor erre 5 pontot kapjon, s a b) kérdésre adott helyes válasznál kapjon szintén 5 pontot, mert akkor ott kell az ismétlődést megállapítania.